

Dès lors que le taux de croissance des résultats de l'entreprise est positif, le financement par endettement a un impact positif sur le taux de croissance du BPA.

Si g le taux de croissance des résultats de l'entreprise non endettée est positif, on a alors par définition :

$$g > 0$$

D'où :

$$1 + g > 1$$

D'où :

$$-(1+g) < -1$$

En multipliant les deux cotés de cette inégalité par $\% \times D$, où $\%$ est le taux d'intérêt de la dette après impôt sur les sociétés et D le montant de la dette¹, soit un montant positif qui ne change pas le sens de l'inégalité, on a alors :

$$-(1+g) \times \% \times D < -\% \times D.$$

On ajoute maintenant de chaque coté de cette inégalité $BPA_i \times N \times (1 + g)$, où BPA_i est le bénéfice par action de l'année i , N le nombre d'actions de l'entreprise non endettée. On a alors

$$BPA_i \times N \times (1 + g) - (1+g) \times \% \times D < BPA_i \times N \times (1 + g) - \% \times D$$

En réarrangeant cette inégalité par mise en facteur de $(1 + g)$ dans le membre de gauche, on a :

$$(1 + g) \times (BPA_i \times N - \% \times D) < BPA_i \times N \times (1+g) - \% \times D$$

en divisant à gauche comme à droite par $(BPA_i \times N - \% \times D)$ qui est un terme positif², ce qui ne change pas le sens de l'inégalité, on obtient :

$$(1 + g) < (BPA_i \times N \times (1+g) - \% \times D) / (BPA_i \times N - \% \times D)$$

en divisant à gauche comme à droite par le terme de droite de cette inégalité, soit $(BPA_i \times N \times (1+g) - \% \times D) / (BPA_i \times N - \% \times D)$ qui est un terme positif³, ce qui ne change pas le sens de l'inégalité, on obtient :

$$(1 + g) / ((BPA_i \times N \times (1+g) - \% \times D) / (BPA_i \times N - \% \times D)) < 1$$

¹ Supposée constante pour simplifier la démonstration.

² Pour autant que l'entreprise soit en profit positif ($N \times BPA_i$ étant le bénéfice net de l'entreprise non endettée et $\% \times D$ le montant des frais financiers après impôt, $BPA_i \times N - \% \times D$ étant donc le profit de l'entreprise endettée)

³ $BPA_i \times N - \% \times D$ étant positif, cf. la note 1, a fortiori $BPA_i \times (1+g) \times N - \% \times D$ est positif puisque plus grand

En se rappelant que le bénéfice net (BN) de l'entreprise non endettée croît de g par an, alors $1 + g = \text{BN}(i+1)/\text{BN}i$.

Par ailleurs $\text{BPA}i \times N - \% \times D$ est le BN de l'année i de l'entreprise devenue endettée⁴ ; et $-\% \times D + \text{BPA}i \times N \times (1+g)$ est le BN de l'entreprise devenue endettée pour l'année $(i+1)$. En appelant BN' le BN de l'entreprise devenue endettée, on a

$$(\text{BPA}i \times N \times (1+g) - \% \times D) / (\text{BPA}i \times N - \% \times D) = \text{BN}'(i+1) / \text{BN}'i.$$

D'où en reprenant notre formule du bas de la page précédente :

$$(\text{BN}(i+1)/\text{BN}i) / (\text{BN}'(i+1) / \text{BN}'i) < 1$$

En divisant chacun des BN par N , le nombre d'actions de l'entreprise non endettée et en divisant chacun des BN' de l'entreprise devenue endettée par N' , son nombre d'actions on ne change pas la valeur du terme de gauche de cette inégalité et l'on fait alors apparaître les BPA, puisque $\text{BN}i/N = \text{BPA}i$:

$$(\text{BPA}(i+1)/\text{BPA}i) / (\text{BPA}'(i+1) / \text{BPA}'i) < 1$$

$\text{BPA}(i+1)/\text{BPA}i$ correspond à $1 +$ le taux de croissance du BPA de l'entreprise non endettée et $\text{BPA}'(i+1) / \text{BPA}'i$ correspond à $1 +$ le taux de croissance du BPA de l'entreprise devenue endettée.

On peut donc écrire : $(1 + \text{le taux de croissance du BPA de l'entreprise non endettée}) / (1 + \text{le taux de croissance du BPA de l'entreprise devenue endettée}) < 1$.

Sachant que si $(1 + a) / (1 + b) < 1$, alors $a / b < 1$, on peut donc écrire que :

le taux de croissance du BPA de l'entreprise non endettée / le taux de croissance du BPA de l'entreprise devenue endettée < 1 .

D'où l'on déduit, en multipliant chaque membre de cette inégalité par le taux de croissance du BPA de l'entreprise devenue endettée, qui est positif, ce qui ne change pas le sens de cette inégalité que :

le taux de croissance du BPA de l'entreprise non endettée $<$ le taux de croissance du BPA de l'entreprise devenue endettée.

Cqfd.

⁴ C'est en effet le bénéfice net de l'entreprise non endettée moins les frais financiers après impôt sur les sociétés.